



## STATISTIKA VŠE – 4ST201

### Jak udělat Statistiku 4ST201 na VŠE – příklady [www.kckurzy.cz](http://www.kckurzy.cz)

Vážení přátelé,

v tomto materiálu najdete soubor příkladů, podle kterých vysvětluji na svých lekcích příklady k průběžným testům a zkoušce ze Statistiky 4ST201. Výběr pokrývá většinu typů, které se u průběžných testů a zkoušky objevují. K prvnímu průběžnému testu je třeba umět příklady ze Cvičení 1-5, k druhému příklady ze Cvičení 6-9 a ke zkoušce všechna Cvičení 1-11.

Přihlásit se můžete kdykoliv na [www.kckurzy.cz](http://www.kckurzy.cz).

Přeji příjemné učení☺. RNDr. Marian Rybář – lektor statistiky

Rada 1: Na **Facebooku** „Statistika VŠE“ najdete tento a další zajímavé soubory k zápočtům a zkoušce a dle časových možností tam občas odpovídáme na vaše dotazy.

Rada 2: Pokud u zápočtu nebo zkoušky vůbec nevíte, který typ příkladu máte zrovna před sebou, zkuste přirovnat, kterému z níže uvedených příkladů je daný příklad podobný a většinou to bude on☺.

Rada 3: Nezapomeňte psát na konci příkladu vždy slovní odpověď, aby bylo řešení kompletní.

## PŘÍKLADY K PROCVIČENÍ 1

(průměry)

1) Z následujících hodnot platů vypočtete všechny charakteristiky polohy a variability: 10, 8, 9, 7, 7 tis. Kč

2) Z následující tabulky četností vypočtete všechny charakteristiky polohy a variability

Výše platu (v tis. Kč)	Počet pracovníků
10	30
20	10
100	2

3) Z následující tabulky četností vypočtete všechny charakteristiky polohy a variability

Výše platu (v tis. Kč)	Počet pracovníků
méně než 15	30
<15; 25)	10
<25;35)	5
více nebo rovno 35	2

4) U 7 skupin studentů bydlících na koleji byla zjišťována výše měsíčního kapesného od rodičů ( $\bar{x}_i$ ). Určete chybějící údaje v tabulce, víte-li že bylo provedeno šetření u 100 studentů, a že průměrná výše kapesného je 873,50 Kč.

i	1	2	3	4	5	6	7
$\bar{x}_i$	800	----	1500	580	1210	1000	700
$n_i$	30	12	8	10	---	20	15

5) V soukromé firmě je zaměstnáno 60 % mužů. Průměrný měsíční plat žen je 11 200 Kč. Určete průměrný měsíční plat mužů, je-li průměrný měsíční plat v celé firmě 13 300 Kč.

6) Řidič zkušebního automobilu jel do cílového místa rychlostí 70 km/h a zpět rychlostí 90 km/h. Jakou průměrnou rychlost dosáhl řidič na celé trase?

7) Auto ujelo vzdálenost 30 km. Prvých 10 km rychlostí 30 km/h, druhých 10 km rychlostí 80 km/h a posledních 10 km rychlostí 100 km/h. Jaká byla jeho průměrná rychlost na celém třicetkilometrovém úseku?

8) V tabulce jsou uvedeny koeficienty růstu prodeje automobilů značky Škoda a značek dovezených zahraničních automobilů v ČR v letech 1994-1999. Určete, zda byl v uvedeném období vyšší průměr z těchto koeficientů u značky Škoda nebo u značek zahraničních automobilů.

Rok	1994	1995	1996	1997	1998	1999
Škoda	-----	1,131	1,212	1,149	0,814	0,929
Zahr. automobily	-----	1,416	1,563	1,042	0,820	1,141

9) Ze tří čísel byl vypočten  $\bar{x} = 33$ ,  $\bar{x}_G = 30$ ,  $x_{50\%} = 25$ . Najděte tato 3 čísla.

### Výsledky:

- $\bar{x} = 8,2$  tis.Kč,  $\tilde{x} = 8$  tis.Kč,  $\hat{x} = 7$  tis.Kč,  $s_x^2 = 1,36$  tis.Kč<sup>2</sup>,  $s_x = 1,1662$  tis.Kč,  $V_x = 14,24$  %
- $\bar{x} = 16,6667$  tis.Kč,  $\tilde{x} = 10$  tis.Kč,  $\hat{x} = 10$  tis.Kč,  $s_x^2 = 365,0794$  tis.Kč<sup>2</sup>,  $s_x = 19,107$  tis.Kč,  $V_x = 114,64$  %
- $\bar{x} = 15,5319$  tis. Kč,  $\tilde{x} = 10$  tis. Kč,  $\hat{x} = 10$  tis. Kč,  $s_x^2 = 71,5256$  tis. Kč<sup>2</sup>,  $s_x = 8,4573$  tis. Kč,  $V_x = 54,4512$  %
- $\bar{x}_i = 750$ ,  $n_i = 5$
- 14 700 Kč
- 78,75 km/h
- 53,731 km/h
- Škodovka 1,0356, Zahraniční automobily 1,166
- 20, 25,54

## PŘÍKLADY K PROCVIČENÍ 2

(variabilita)

1. Ze 40 platů  $x_i$  ( $i=1,2,\dots,40$ ) byl vypočítán průměr  $\bar{x}=7,5$  a rozptyl  $s_x^2=2,25$ . Při kontrole bylo zjištěno, že chybí 2 jednotky (zaměstnanci) s hodnotami  $x_{41}=3,8$  a  $x_{42}=7$ . Opravte uvedené charakteristiky.
2. Sledovali jsme proměnnou  $x$  a dodatečně jsme zjistili chyby u dvou jednotek. Místo 85 má být správně 95 a místo 120 má být 150. Ostatních 18 údajů je správných. Opravte vypočítané charakteristiky, byl-li průměr 110 a rozptyl 800.
3. Z údajů byl vypočítán průměr a rozptyl měsíčních mezd  $\bar{x}=1.000$  Kč a  $s_x^2=250.000$  Kč<sup>2</sup>. Určete průměr a směrodatnou odchylku mezd, zvýší-li se mzdy:
  - a) o 150 Kč
  - b) 1,2 krát
  - c) o 4 %
4. Ze 20 hodnot byl vypočítán  $\bar{x}=100$  a  $s_x^2=400$ . Dodatečně bylo zjištěno, že každá hodnota byla o 15 nadhodnocena. Opravte  $\bar{x}$  a  $s_x^2$ .
5. Z následující tabulky rozdělení četností vypočítejte průměr, rozptyl a směrodatnou odchylku věku 25 pracovníků firmy.

Věk	29	33	37	38	39	40	42	43	45	47	50	59	66
Počet	1	1	3	4	2	3	2	2	3	1	1	1	1

6. Ve sbírkách statistických příkladů je často uváděn příklad z roku 1929, týkající se antropologického měření tělesné výšky 1495 žáků kralupských škol. Vypočítejte z takto sestavených údajů průměr, směrodatnou odchylku a variační koeficient.

Výška v cm	Počet žáků
100-105	2
105-110	7
110-115	30
115-120	69
120-125	103
125-130	149
130-135	194
135-140	229
140-145	250
145-150	215
150-155	130
155-160	64
160-165	33
165-170	14
170-175	6

7. Ve dvou pražských pobočkách jedné mezinárodní firmy byly zkoumány měsíční platy a získány následující údaje. Vypočítejte celkový průměr, celkový rozptyl a celkovou směrodatnou odchylku za obě pobočky. Pomocí variačních koeficientů srovnajte relativní variabilitu platů v daných pobočkách a určete variační koeficient platů v celé firmě.

Pobočka	Průměrný plat	Počet pracovníků	Směrodatná odchylka
1	10250	30	500
2	9350	20	300

8. Vypočítejte rozptyl za obě skupiny (muži a ženy) celkem, znáte-li údaje:

Skupina	$\bar{x}_i$	$V_x$	$n_i$
1-muži	4	0,125	4
2-ženy	2	0,5	6

9. V tabulce jsou uvedeny informace ze 4 městských částí (Sever, Jih, Východ, Západ)

- Vypočítejte výši celkové průměrné měsíční mzdy za celé město
- Určete vnitroskupinové směrodatné odchylky (celkem 4)
- Určete celkový rozptyl a celkovou směrodatnou odchylku za celé město
- Určete celkový variační koeficient

Městská část	Sever	Jih	Východ	Západ
Počet dotazovaných	150	105	115	95
Průměrná měsíční mzda	13750	20110	26450	22540
Vnitroskupinový variační koeficient	0,220	0,175	0,170	0,150

10. Průměrná výše jednoho úvěru se u jistého finančního ústavu v červnu 2007 zvýšila proti stejnému měsíci předcházejícího roku o jednu desetinu, jeho variabilita měřená rozptylem se zvýšila o 15 %. Jak se změnil variační koeficient za stejné období?

Výsledky:

- $\bar{x}=7,4, s_x^2=2,46$
- $\bar{x}=112, s_x^2=851$
- a)  $\bar{x}=1.150$  Kč,  $s_x=500$  Kč, b)  $\bar{x}=1.200$  Kč,  $s_x=600$  Kč, c)  $\bar{x}=1.040$  Kč,  $s_x=520$  Kč
- $\bar{x}=85, s_x^2$  se nezměnil
- $\bar{x}=42, s_x^2=56,08, s_x=7,49$
- $\bar{x}=138,62, s_x=12,1, V_x=0,087$
- $\bar{x}=9890$  Kč,  $s_x^2=380.400$  Kč<sup>2</sup>,  $V_x=0,062, V_1=0,0487, V_2=0,032$
- $s_x^2=1,66$
- a) 20122,7957 Kč, b) 3025; 3519,25; 4496,5; 3381 c) 37.279.449,42 Kč<sup>2</sup>; 6.105,69 Kč
- $V_x=0,3034$
- $V'_x=0,975. V_x$

## PŘÍKLADY K PROCVIČENÍ 3

(pravděpodobnost)

1. Sourozenci Adam, Boris a Cyril se hlásí na VŠE. Pravděpodobnost přijetí u Adama je 0,9, u Borise 0,8 a u Cyrila 0,3. Sourozenci sedí u přijímacích zkoušek odděleně, tedy se jedná o nezávislé jevy. Jaká je pravděpodobnost, že:
  - a) budou přijati všichni tři sourozenci
  - b) nebude přijat ani jeden sourozenec
  - c) bude přijat právě jeden sourozenec
  - d) budou přijati nejvýše dva sourozenci
2. Na betonárce pracují dvě míchačky, první s pravděpodobností poruchy 0,03, druhá 0,01. Pravděpodobnost poruchy v dodávce elektrické energie je 0,06. Určete pravděpodobnost, že betonárka bude pracovat alespoň na poloviční výkon.

Výsledky:

- 1) a) 0,216; b) 0,014; c) 0,188; d) 0,784  
2) 0,939718

## PŘÍKLADY K PROCVIČENÍ 4

(nespojité rozdělení)

1. Rozdělení náhodné veličiny  $x$  lze pospat pravděpodobnostní funkcí

$$P(x) = \begin{cases} \left(\frac{3}{5}\right)^x \frac{2}{5} & x=0,1,2,3,\dots \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$

Vypočtěte pravděpodobnost, že náhodná veličina  $x$  nabude hodnoty:

- a) menší než 2
  - b) větší než 3
  - c) větší než 1 a menší než 4
2. Rozdělení náhodné veličiny  $x$  je popsáno pravděpodobnostní funkcí

$$P(x) = \begin{cases} \frac{x}{15} & x=1,2,3,4,5 \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$

- a)  $P\{x=3, x=4, x=5\}$
- b)  $P\{3 \leq x \leq 5\}$
- c)  $P\{2 < x < 6\}$

3. Náhodná veličina  $x$  má rozdělení popsané pravděpodobnostní funkcí, jejíž hodnoty jsou:

X	-2	-1	0	1	2	3
P(x)	0,01	0,11	0,19	0,29	0,3	0,1

Vypočtěte hodnoty distribuční funkce náhodné veličiny  $X$ . Vypočtěte dále střední hodnotu  $EX$  a rozptyl  $DX$  této náhodné veličiny

4. Student na vysoké škole má psát test obsahující 10 otázek s možnostmi a,b,c,d, na který se vůbec nestihl připravit, protože se zdržel v restauraci. Odpovědi tedy bude zaškrtnávat zcela náhodně. Chce si spočítat, jestli má smysl jet vůbec do školy na zkoušku. Jaká je pravděpodobnost, že:
- student odpoví správně všech 10 odpovědí
  - student odpoví nejvýše 3 odpovědi správně
  - student odpoví méně než 3 odpovědi správně
  - student odpoví alespoň 5 správných odpovědí
  - student odpoví více než 5 správných odpovědí
  - určete také střední hodnotu EX a rozptyl DX
5. Z dlouhodobých zkušeností je známo, že ze zasazených sazenic určitého druhu rostliny se 80 % sazenic ujme. Jaká je pravděpodobnost, že ze sedmi zasazených sazenic tohoto druhu rostliny:
- se ujmou právě 4 sazenice
  - se ujmou maximálně 2 sazenice
  - se ujmou alespoň 2 sazenice
  - se ujmou více než 2 sazenice
  - se ujmou první čtyři zasazené sazenice a další nikoliv
6. Na stůl bude vysypáno 28 mincí. Jaká je pravděpodobnost, že na 20 z nich padne hlava.
7. Student pracuje jako brigádník v prodejně. Z dlouhodobé zkušenosti ví, že během jedné hodiny přijde do prodejny průměrně 8 zákazníků. Následující den má naprosto zásadní 15 minutovou schůzku s dívkou a potřebuje z prodejny tajně odejít. Jaká je pravděpodobnost, že během těchto 15 minut:
- nepřijde do prodejny ani jeden zákazník
  - přijdou nejvýše 3 zákazníci
  - přijde více než 5 zákazníků
8. V textilní továrně se pracuje na tři směny po osmi hodinách. Poruchy strojního zařízení se vyskytují náhodně a za jednu směnu se vyskytnou v průměru tři. Jaká je pravděpodobnost, že příštích 24 hodin dojde nejvýše ke čtyřem poruchám?
9. V tovární hale má být na strop přimontováno 10 zářivek. Tyto zářivky mají být náhodně bez vracení vybrány ze skladu, kde je celkem 30 zářivek, pět z nich je však vadných. Jaká je pravděpodobnost, že budou vybrány pouze zářivky, které nejsou vadné?
10. Každá dodávka výrobků má 100 kusů. Při převzetí výrobků se z každé dodávky náhodně bez vracení vybere 15 výrobků. Dodávka bude přijata, jestliže mezi kontrolovanými výrobky bude nejvýše jeden zmetek. Jaká je pravděpodobnost, že dodávka bude přijata, jestliže obsahuje 20 zmetků?
11. V osudí je 15 černých a 10 červených míčků. Náhodně vybereme 7 míčků. Jaká je pravděpodobnost, že mezi vybranými míčky budou právě 3 červené, jestliže:
- Každý vytažený míček vrátíme zpět do osudí (výběr s vracením)
  - Míčky zpět do osudí nevracíme (výběr bez vracení)

12. Na emailový účet přijde v průměru 54 spamů za měsíc (=30 dní). Předpokládejte, že počet příchozích spamů má Poissonovo rozdělení.
- Jaká je střední hodnota počtu spamů za 10 dní?
  - Jaký je rozptyl spamů za 20 dní?
  - Jaká je pravděpodobnost, že během následujících 2 dní přijde právě 5 spamů?
13. Pětkrát hodíme mincí. Náhodná veličina  $X$  necht' udává, kolikrát padl v pěti hodech líc. Určete pravděpodobnost, že alespoň ve dvou hodech padl líc. Určete střední hodnotu a rozptyl náhodné veličiny  $X$ .
14. Pravděpodobnost bezchybného zpracování formuláře je 0,9. Určete pravděpodobnost, že z 5 náhodně vybraných formulářů budou:
- právě 3 správně zpracovány
  - alespoň 3 správně zpracovány
15. Pro zkoušku z personalistiky je připraveno 20 otázek, z toho 8 otázek by bylo studenty hodnoceno jako obtížných a 12 jako lehkých. Každá otázka může být tažena jen jednou a ten den byli zkoušeni pouze 4 studenti. Jaká je pravděpodobnost, že:
- právě 2 studenti si vytáhnou obtížnou otázku
  - si žádný student nevytáhne obtížnou otázku
  - pouze první si vytáhne obtížnou

Výsledky:

1) a) 0,64, b) 0,1296, c) 0,2304

2) a) 0,8, b) 0,8 c) 0,8

3)

F(x)	
0	$x < -2$
0,01	$-2 \leq x < -1$
0,12	$-1 \leq x < 0$
0,31	$0 \leq x < 1$
0,60	$1 \leq x < 2$
0,9	$2 \leq x < 3$
1	$x \geq 3$

EX = 1,06, DX = 1,4364

4) a) 0,0000009536 b) 0,7759 c) 0,5256 d) 0,0781 e) 0,0197 f) EX=2,5; DX=1,875

5) a) 0,1147 b) 0,00467 c) 0,999629 d) 0,995328 e) 0,0033

6) 0,0116

7) a) 0,1353 b) 0,8571 c) 0,0166

8) 0,055

9) 0,1088

10) 0,1453

11) a) 0,2903 b) 0,3408

12) a) 18 b) 36 c) 0,138

13) 0,8125; E(x) = 2,5; D(x) = 1,25

14) a) 0,0729; b) 0,99144

15) a) 0,381; b) 0,102; c) 0,0908

## PŘÍKLADY K PROCVIČENÍ 5

(spojitá rozdělení)

1. Předpokládáme, že IQ studentů VŠE má normální rozdělení se střední hodnotou 110 bodů a směrodatnou odchylkou 15 bodů. Jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybraný student VŠE bude mít IQ:
  - a) menší než 95
  - b) větší než 140
  - c) v rozmezí 95 až 140
2. Náhodná veličina  $X$  představující hmotnost kapra má normální rozdělení  $N(3;4)$ . Vypočítejte:
  - a) jaké procento kaprů má hmotnost větší než 3 kg
  - b) hmotnost kapra, pro kterou platí, že pravděpodobnost jejího nepřekročení je 0,9 (neboli hmotnost, která odděluje 90 % menších kaprů od 10 % větších)
3. Předpokládejme, že v prvním ročníku na VŠ jsou bodové výsledky u zkoušky z matematiky normálně rozdělené se střední hodnotou 72 bodů a směrodatnou odchylkou 9 bodů.
  - a) Nalezněte pravděpodobnost, že náhodně vybraný student bude mít výsledek nad 80 bodů.
  - b) Jaká je pravděpodobnost, že získá méně než 60 bodů.
4. Předpokládáme, že IQ studentů VŠE má normální se střední hodnotou 110 bodů a směrodatnou odchylkou 15 bodů. Jaká je pravděpodobnost, že mezi 5 náhodně vybranými studenty VŠE bude mít alespoň jeden IQ větší než 140?

### Výsledky:

- 1) a) 0,1587; b) 0,0228; c) 0,8186
- 2) a) 0,5; b) 5,5631 kg
- 3) a) 0,18673; b) 0,09176
- 4) 0,1089



# PŘÍKLADY K PROCVIČENÍ 6

(intervaly spolehlivosti)

- 1) Při kontrole jakosti pevných lékových forem bylo zváženo 20 náhodně vybraných tablet a z 20 hodnot vypočten průměr 124,1. Směrodatnou odchylku hmotnosti tablet pokládáme na základě dlouhodobého sledování jakosti za známou a rovnou 1,5. Sestrojte 99% dvoustranný interval spolehlivosti pro střední hodnotu, předpokládáme-li normální rozdělení hmotnosti tablet.
- 2) Při testování spotřeby určitého typu automobilů při rychlosti 90 km/hod byly u 12 automobilů zjištěny tyto hodnoty: 5,7; 5,0; 5,3; 5,6; 6,1; 5,3; 5,8; 5,7; 5,4; 5,5; 4,9; 5,2. Odhadněte průměrnou spotřebu a směrodatnou chybu tohoto odhadu a sestrojte 95% IS pro střední hodnotu.
- 3) Pomocí jednostranného IS určete horní mez pro průměrnou spotřebu takovou, aby pravděpodobnost jejího překročení byla 0,05 . Použijte data z předchozího příkladu.
- 4) Z velikosti tržby v prodejně v 50 náhodně vybraných dnech byl vypočten průměr 43 760 Kč a směrodatná odchylka 1 112 Kč. Sestrojte 90% IS pro průměrnou výši denní tržby.
- 5) Při sledování životnosti baterií byl z 50 hodnot vypočten průměr 195 a výběrová směrodatná odchylka 20. Sestrojte 95% jednostranný IS pro střední životnost baterií omezený zdola.
- 6) Určete, v jakých mezích je možné se spolehlivostí 95% očekávat celkovou dobu výroby 3 000 součástek, byla-li na základě sledování doby výroby 100 součástek vypočtena průměrná doba výroby jednoho kusu 12 min a směrodatná odchylka 1 min.
- 7) V 200 náhodně vybraných domácnostech bylo uskutečněno šetření o spotřebě vody za uplynulý rok. Z výsledků šetření (v m<sup>3</sup>) byl vypočten průměr 184,6 a směrodatná odchylka 51,9. Odhadněte spotřebu vody v obci s 2 000 domácnostmi pomocí 95% IS.
- 8) Při sledování doby obsluhy zákazníků byl ze 120 hodnot vypočten průměr 5,4 a výběrová směrodatná odchylka 1,2. Sestrojte 90% IS pro střední dobu obsluhy.
- 9) Po rozeslání 300 nabídkových katalogů přišlo na obchodní oddělení 90 objednávek. Sestrojte 99% dvoustranný interval spolehlivosti pro počet objednávek, které může obchodní oddělení očekávat po rozeslání 6000 katalogů.
- 10) Ze skladu bylo náhodně odebráno 320 konzerv. Bylo zjištěno, že 59 z nich má prošlou záruční dobu. Chceme s 95% spolehlivostí odhadnout:
  - a. podíl prošlých konzerv
  - b. nejnižší podíl prošlých konzerv
- 11) U 1280 z 1600 náhodně vybraných domácností v určitém kraji bylo dotazem zjištěno, že jsou vybaveny základními předměty dlouhodobé spotřeby. Odhadněte (s 95% spolehlivostí) podíl domácností, vybavených základními předměty dlouhodobé spotřeby, v daném kraji.

12) Při marketingovém průzkumu 742 náhodně vybraných domácností bylo u 160 z nich zjištěno, že by měly zájem o koupi určitého výrobku, který má být nově zaveden na trh. Odhadněte intervalové (s 99% spolehlivostí) podíl domácností majících zájem o koupi daného výrobku ve velkém souboru domácností, z něž výběr pochází.

Výsledky:

1. (123,24;124,96)
2. průměr 5,4583; směrodatná chyba 0,0996; (5,2391; 5,6775)
3. 5,6372
4. (43 501; 44 019)
5. 190,35
6. (35 412; 36 588)
7. (354 814; 383 586)
8. (5,2; 5,6)
9. (1392; 2208)
10. a) (0,1415; 0,2265), b) 0,1485
11. (0,7804; 0,8196)
12. (0,177;0,255)

## PŘÍKLADY K PROCVIČENÍ 7

(hypotézy)

- 1) Určitá rostlina vždy dorůstá průměrné výšky 21,6 cm se směrodatnou odchylkou 2,5 cm. Soubor 100 rostlin je pěstován za nových, příznivějších podmínek, aby se zjistilo, zda se výška zvětší. V případě, že průměrná výška 100 rostlin bude 22,4 cm, zamítnete na 5% hladině významnosti  $H_0$ ?
- 2) Jedno pražské gymnázium zaměstnává 153 profesorů, z nichž 110 je žen. Odpovídá zastoupení žen stavu v celé ČR, víme-li, že ženy tvoří 63% středoškolských profesorů?
- 3) Výrobce uvádí průměrný obsah vitamínu C ve svých ovocných šťávách 100 mg v jednom krabicovém balení. Náhodný výběrem jsme provedli kontrolu obsahu vitamínu ve 100 baleních a zjistili jsme průměrný obsah vitamínu ve vzorku s hodnotou 96 mg s výběrovou směrodatnou odchylkou 8. Máme se na základě tohoto zjištění vyjádřit k tvrzení výrobce o průměrném obsahu vitamínu v jeho šťávách.
- 4) Lze na základě zjištěných hmotností balíčků usoudit, že střední hmotnost balíčků je menší než 1000 g (volte 5% hladinu významnosti).

Balíček	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Hmotnost v g	998	999	1003	1002	998	998	1001	997	996	998

Předpokládejte, že hmotnost balíčků je náhodnou veličinou s normálním rozdělení.

- 5) Opakovanými měřeními byla zjištěna teplota vody ( $^{\circ}\text{C}$ ): 21,0 21,7 20,5 22,6 23,6 22,5 23,0 22,4 21,3. Je známo, že měření mají normální rozdělení. Na hladině významnosti  $\alpha = 0,05$  ověřte hypotézu, že očekávaná hodnota teploty vody je  $22,0^{\circ}\text{C}$ .
- 6) Rozhodněte, zda výsledky průzkumu cen určitého zboží v 36 vybraných prodejnách nasvědčují tomu, že průměrná cena zboží (obecně) je vyšší než 190 Kč, znáte-li výběrový průměr  $\bar{x} = 201$  a výběrový rozptyl  $s_x'^2 = 631$  ( $\alpha = 0,05$ ).
- 7) U 45 rodin byla v rámci průzkumu zjišťována měsíční spotřeba mléka (v litrech). Byl zjištěn aritmetický průměr 17 litrů a výběrová směrodatná odchylka 2 litry. Lze na základě těchto údajů usoudit, že střední hodnota je aspoň 15 litrů mléka za měsíc?
- 8) Ze 140 náhodně oslovených obyvatel města se 78 vyslovilo pro výstavbu nové silnice a 62 bylo proti. Otestujte, zda můžeme na 5% hladině významnosti prokázat, že je pro výstavbu silnice více obyvatel než proti.
- 9) V následující tabulce jsou uvedené hodnoty IQ náhodně vybraných 12 mužů a žen. Otestujte, zda se statisticky významně liší průměrné IQ mužů a žen.

Muži	113	115	109	100	107	97	118	135	125	121	117	116
Ženy	107	131	128	118	111	114	112	102	100	101	115	119

10) V následující tabulce jsou uvedené hodnoty výkonnosti dělníků při různých teplotách. Otestujte, zda výkonnost dělníků při teplotě 19°C a 23°C je stejná nebo se liší.

Dělník č.	19°C	23°C
1	52	50
2	58	51
3	59	60
4	65	61
5	71	58
6	55	52
7	59	60
8	63	59
9	67	61
10	68	57
11	70	64
12	63	64
13	51	50
14	56	51
15	62	53

Výsledky:

- 1) zamítáme  $H_0$ ,  $U = 3,2$
- 2) zamítáme  $H_0$ ,  $U = 2,28$
- 3) zamítáme  $H_0$ ,  $U = - 5$
- 4) nezamítáme  $H_0$ ,  $t = -1,3987$ ,  **$p = 0,0977$**
- 5) nezamítáme  $H_0$ ,  $t = 0,1965$ ,  **$p = 0,8476$**
- 6) zamítáme  $H_0$ ,  $U = 2,6274$
- 7) zamítáme  $H_0$ ,  $U = 6,7082$
- 8) nezamítáme  $H_0$ ,  $U = 1,3522$
- 9) nezamítáme  $H_0$ ,  $U = 0,3$ ,  $\bar{x}_1 = 114,4167$ ,  $\bar{x}_2 = 113,1667$ ,  $S_1 = 10,4399$ ,  $S_2 = 9,9529$ ,  **$p = 0,7668$**
- 10) zamítáme  $H_0$ ,  $t = 4,0921$ ,  $\bar{d} = 4,5333$ ,  $S_d = 4,2906$ ,  **$p = 0,0011$**

# PŘÍKLADY K PROCVIČENÍ 8

(testy)

## Chí-kvadrát test dobré shody

1. Ve výběru 500 osob bylo 120 osob se základním vzděláním, 278 se středoškolským a 102 osob s vysokoškolským vzděláním. Pomocí vhodného testu ověřte, zda je přijatelná hypotéza, že jde o náhodný výběr ze základního souboru, v němž je 18 % osob se základním, 60 % se středoškolským a 22 % osob s vysokoškolským vzděláním.

2. Ověřte na 5% hladině významnosti, zda struktura obyvatel města odpovídá struktuře okresu, v němž žije 6% dětí předškolního věku, 15% školáků, 60% obyvatel produktivního věku a zbytek důchodci. Ve výběru 150 osob bylo 5 malých dětí, 15 školáků, 100 pracujících a 30 důchodců.

3. Nově otevíraná ZUŠ (základní umělecká škola) předpokládá určitou strukturu zájmu o jednotlivé hudební nástroje (klavír 38%, zobcová flétna 23%, kytara 17%, akordeon 11% a housle 11%) a tomu přizpůsobila kapacitu kursů a smlouvy s učiteli. Během zápisu byl zjištěn tento zájem: klavír 146 zájemců, zobcová flétna 81 zájemců, kytara 73 zájemců, akordeon 31 zájemců a housle 51 zájemců. Otestujte, zda byl původní předpoklad školy správný (zvolte  $\alpha = 0,05$ ).

4. Bylo hozeno šestistrannou hrací kostkou celkem 180 krát s následujícími výsledky:

Strana (počet ok)	1	2	3	4	5	6
Četnost	39	51	20	22	26	22

Můžeme na základě těchto výsledků označit hrací kostku za nefér? Pracujte s hladinou významnosti 10%.

## Kontingenční tabulky

5. Na základě hodnot uvedených v tabulce posuďte závislost zdroje informací o vysokoškolském studiu na pohlaví (v tabulce jsou uvedeny pozorované četnosti a teoretické četnosti při platnosti hypotézy o nezávislosti).

Pohlaví	Informace o studiu			Total
	na internetu	ve škole	jinde	
muž	14	7	4	25
	10,5	9,5	5	
žena	7	12	6	25
	10,5	9,5	5	
Total	21	19	10	50

6. Náhodně vybraných 400 osob bylo dotázáno, jaký mají názor na uvádění reklamy na cigarety ve sdělovacích prostředcích. Dále byli dotázáni, zda sami kouří, či nikoliv. V tabulce jsou uvedeny pozorované četnosti a teoretické četnosti při platnosti hypotézy o nezávislosti.

Table of Kuřáci by Názor na reklamu				
Kuřáci	Názor na reklamu			Total
Frequency Expected	nechat být	omezit	zakázat	
ano	52	52	56	160
	46,4	53,6	60	
ne	64	82	94	240
	69,6	80,4	90	
Total	116	134	150	400

Lze na základě tabulky usoudit, že názor na uvádění reklamy závisí na skutečnosti, zda se jedná o kuřáka či nekuřáka?

7. Na základě hodnot uvedených v tabulce posuďte závislost počtu vystřídáních zaměstnání na pohlaví (v tabulce jsou uvedeny pozorované četnosti a teoretické četnosti při platnosti hypotézy o nezávislosti).

Table of Pohlaví by Počet zaměstnání					
Pohlaví	Počet zaměstnání				Total
Frequency Expected	2 a méně	3	4	5 a více	
Muž	13	10	5	10	38
	11,5	10,5	7,5	8,5	
Žena	10	11	10	7	38
	11,5	10,5	7,5	8,5	
Total	23	21	15	17	76

8. Na základě hodnot uvedených v tabulce posuďte závislost preference trvalého bydliště na pohlaví (v tabulce jsou uvedeny pozorované četnosti a teoretické četnosti při platnosti hypotézy o nezávislosti).

Table of Pohlaví by Preference			
Pohlaví	Preference		Total
Frequency Expected	Město	Venkov	
muž	55	80	135
	67,237	67,763	
žena	73	49	122
	60,736	61,237	
Total	128	129	257

## Analýza rozptylu (ANOVA)

9. V následující tabulce jsou uvedené výdaje domácností na určitý druh zboží (v tis. Kč) podle typu domácnosti (A, B, C). Otestujte, zda se průměrné výdaje mezi domácnostmi A, B, C statisticky významně liší, nebo jsou stejné. Vypočtěte vhodnou charakteristiku intenzity závislosti výdajů na typu domácnosti

A	77	71	74	67	$\bar{y}_A = 72,25$	$\bar{y} = 64,4167$
B	67	62	63	57	$\bar{y}_B = 62,25$	
C	63	59	59	54	$\bar{y}_C = 58,75$	

10. Na základě výstupu ze software rozhodněte, zda tržby prodejen určité firmy závisí na kraji, ve kterém se nachází (použijte obvyklou hladinu významnosti). Nejdříve však stanovte obě hypotézy a nakonec určete i koeficient vyjadřující těsnost závislosti a komentujte ho. Jak se jmenuje použitá metoda?

Zdroj variability	SS	Rozdíl	MS	F	Hodnota P	F krit
Mezi výběry	428.1333333	2	214.0666667	100.34	< .0001	3.885
Všechny výběry	25.6000000	12	2.1333333			
Celkem	453.7333333	14				

11. V následujícím počítačovém výstupu jednofaktorové analýzy rozptylu:

- doplňte tři chybějící údaje
- proved'te příslušný test (včetně zápisu obou hypotéz) a test zhodnoťte
- vhodnou mírou změřte těsnost závislosti a výsledek okomentujte

Zdroj variability	SS	Rozdíl	MS	F	Hodnota P	F krit
Mezi výběry	4444789284	4	1111197321	-	< .0001	3.056
Všechny výběry	44940367	15	-			
Celkem	-	19				

Výsledky:

- zamítáme  $H_0$ ,  $G = 12,195$
- nezamítáme  $H_0$
- nezamítáme  $H_0$
- zamítáme  $H_0$ ,  $G = 25,5333$
- nezamítáme  $H_0$ ,  $p = 0,1321$
- nezamítáme  $H_0$ ,  $p = 0,4381$
- nezamítáme  $H_0$ ,  $p = 0,4514$
- zamítáme  $H_0$ ,  $p = 0,0022$
- Zamítám  $H_0$ ,  $F = 12,0821$ ,  $P^2 = 0,7286$ ,  $S_{y,m}=392,6667$ ,  $S_{y,v}=146,25$ ,  $S_y=538,9167$ ,  $p = 0,0029$
- zamítáme  $H_0$ ,  $P^2 = 0,9436$
- 11) a) 4489729651; 2996024,467; 370,89 b) zamítáme  $H_0$  c)  $P^2 = 0,98999$

## PŘÍKLADY K PROCVIČENÍ 9

(regrese)

1) Máme údaje o množství použitého hnojiva a odpovídajících výnosech u 15 polí:

Hnojivo v t	Výnos v t
25	15
26	18
28	20
14	10
5	2
8	8
19	13
29	15
30	17
15	11
18	12
7	6
9	2
15	10
3	5

- Vypočtěte rovnici lineární regresní přímky vyjadřující závislost výnosu na množství hnojiva a rovnici k ní sdružené regresní přímky.
- Jaký výnos můžeme při využití lineární regresní přímky očekávat u pole, kde jsme použili 24 tun hnojiva?
- Interpretujte regresní parametry  $b_0$  a  $b_1$
- Jak velké změny ve výnosech vyvolá snížení množství hnojiva o 3 tuny?
- Určete sílu závislosti a otestujte statistickou významnost korelačního koeficientu  $r$ .
- Z kolika procent jsou změny ve výnosech vysvětleny množstvím hnojiva?
- Popište závislost výnosu na množství hnojiva pomocí kvadratické funkce (pomocí regresní paraboly) a určete pomocí programu Excel, která z funkcí (lineární či kvadratická) je pro model vhodnější
- Proveďte pomocí programu Excel celkový F-test kvadratického modelu a posuďte vhodnost modelu včetně uvedení  $H_0$  a  $H_1$  F testu
- Proveďte pomocí programu Excel t-testy pro všechny regresní parametry  $b_0$ ,  $b_1$  a  $b_2$  kvadratického modelu včetně uvedení  $H_0$  a  $H_1$  pro t-test



2) Z dat byly získány následující počítačové výstupy z programu Excel:

ANOVA					
	Rozdíl	SS	MS	F	Významnost F
Regrese	1	-	182.05114	-	< .0001
Rezidua	8	12.34886	-		
Celkem	-	-			

	Koeficienty	Chyba stř. hodnoty	t Stat	Hodnota P
Hranice	20.11023	1.63983	12.26	< .0001
x	1.01705	0.09365	10.86	< .0001

- napište rovnici regresní přímky
- doplňte všechny chybějící údaje
- posuďte vhodnost modelu pomocí F testu včetně uvedení hypotéz
- posuďte významnost parametrů modelu pomocí t-testů včetně uvedení hypotéz

3) U  $n = 8$  jednotek byly zjištěny hodnoty proměnných  $x$ ,  $y$ . Těchto údajů bylo použito k popsání závislosti  $y$  na  $x$ . Byly získány tyto regresní funkce:

- $Y = -16,830 + 2,244x$
- $Y = 28,982 - 5,756x + 0,305x^2$  a tyto součty čtvercových odchylek:

	$\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2$	$\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$	$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$
pro přímku	875,888	253,612	1129,5
pro parabolu	1025,7	103,804	1129,5

Vyberte vhodnější z obou regresních funkcí (výběr odůvodněte) a odhadněte průměrnou hodnotu proměnné  $y$ , odpovídající hodnotě  $x = 20$ .

4) Máme údaje o množství použitého hnojiva, práce a odpovídajících výnosech u 15 polí:

Hnojivo v t	Práce v h	Výnos v t
25	45	15
26	51	18
28	53	20
14	48	10
5	47	2
8	52	8
19	49	13
29	44	15
30	32	17
15	45	11
18	50	12
7	54	6
9	53	2
15	47	10
3	48	5

- Vypočtete rovnici vícenásobné lineární regresní přímky vyjadřující závislost výnosu na množství hnojiva a práce.
- Jaký výnos můžeme při využití lineární regresní přímky očekávat u pole, kde jsme použili 24 tun hnojiva a 50 hodin práce?
- Interpretujte regresní parametry  $b_0$ ,  $b_1$ ,  $b_2$
- Jak velké změny ve výnosech vyvolá snížení množství hnojiva o 3 tuny?
- Z kolika procent jsou změny ve výnosech vysvětleny množstvím hnojiva?
- Proveďte pomocí programu Excel celkový F-test vícenásobného regresního modelu a posuďte vhodnost modelu včetně uvedení  $H_0$  a  $H_1$  F testu
- Proveďte pomocí programu Excel t-testy pro všechny regresní parametry  $b_0$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  včetně uvedení  $H_0$  a  $H_1$  pro t-test

#### Výsledky:

1)

a)  $Y = 1,4614 + 0,5661x$ ,  $X = -0,05 + 1,535y$

b)  $Y = 15,05$

c)  $b_0$  = průsečík s osou y, je to hodnota y pro  $x = 0$ ,  $b_1$  = směrnice přímky, říká o kolik jednotek se průměrně zvýší hodnota y, pokud se hodnota x zvýší o jednu jednotku

d)  $\Delta y = -1,698$

e)  $r_{xy} = 0,93217$ ; silná přímá závislost,  $t = 9,2711$ , zamítáme  $H_0$

f)  $R^2 = 86,894 \%$

g)  $Y = 0,5887 + 0,707 \cdot x - 0,004138 \cdot x^2$ , Adj  $R^2$  Přímka = 0,8589, Adj  $R^2$  Parabola = 0,8499, vhodnější je přímka

h) F test:  $H_0$ : model není vhodný,  $H_1$ : model je vhodný,  $p = 0,000$ , platí  $H_1$ , model je vhodný

i) t-testy:  $H_0$ : parameter  $\beta_i$  není významný,  $H_1$ : parameter  $\beta_i$  je významný, parametry  $b_0$ ,  $b_2$  nevýznamné, parameter  $b_1$  významný

2) a)  $Y = 20,11023 + 1,01705x$ , b) 182,05114; 1,54361; 117,93875; 9; 194,4 c) F test:  $H_0$ : model není vhodný,  $H_1$ : model je vhodný,  $p = 0,000$ , platí  $H_1$ , model je vhodný d) t-testy:  $H_0$ : parameter  $\beta_i$  není významný,  $H_1$ : parameter  $\beta_i$  je významný, oba parametry významné

3) Adj  $R^2$  Přímka = 0,738

Adj  $R^2$  Parabola = 0,871 vhodnější je parabola

$Y_{20} = 35,862$

4)

a)  $Y = -5,6866 + 0,6019 \cdot x_1 + 0,1368 \cdot x_2$

b)  $Y = 15,599 t$

j)  $b_0$  = průsečík s osou y, je to hodnota y pro  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 0$ ,  $b_1$  říká, o kolik jednotek se průměrně zvýší hodnota y, pokud se hodnota hnojiva  $x_1$  zvýší o jednu jednotku a hodnota práce  $x_2$  zůstane konstantní,  $b_2$  analogicky, ale obráceně

k)  $\Delta y = -1,698$

l)  $R^2 = 88,29 \%$ ,  $R^2 \text{ adj} = 86,34 \%$

m) F test:  $H_0$ : model není vhodný,  $H_1$ : model je vhodný,  $p = 0,000$ , platí  $H_1$ , model je vhodný

n) t-testy:  $H_0$ : parameter  $\beta_i$  není významný,  $H_1$ : parameter  $\beta_i$  je významný, parametry  $b_0$ ,  $b_2$  nevýznamné, parameter  $b_1$  významný

## PŘÍKLADY K PROCVIČENÍ 10

(časové řady)

1) K dispozici jsou údaje o tržbách podniku (v mil. Kč) v letech 2007-2012.

Rok	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Tržba	10	12	15	13	18	20

- a) Vyrovnajte tuto časovou řadu lineární trendovou funkcí (včetně výpočtu  $R^2_{adj}$  a MSE) a na jejím základě proveďte prognózu (odhadněte tržbu) na rok 2013 a 2014.
- b) Vyrovnajte tuto časovou řadu kvadratickou trendovou funkcí
- c) Vypočítejte průměrný koeficient růstu za sledované období 2007-2012 a pomocí něj proveďte prognózu (odhadněte tržbu) na rok 2013 a 2014

2) O výrobě určitého podniku (v tis. ks) máme k dispozici tyto údaje:

Rok	1991	1998	2001	2007
Výroba v tis. ks	40	46	50	58

- a) posuďte, v kterém ze tří uvedených období byla průměrná roční rychlost růstu výroby nejvyšší
- b) předpokládejte, že rychlost růstu výroby v následujících dvou letech bude stejná jako průměrná rychlost výroby za poslední uvedené období a za tohoto předpokladu odhadněte výrobu podniku na léta 2008 a 2009.

3) Na základě údajů o tržbách podniku (v mil. Kč) v letech 1999 – 2007 jsme provedli trendovou analýzu.

	Lineární	Kvadratická
Hranice	12.113889	15.790476
t	1.9283333	-0.077078
t <sup>2</sup>		0.2005411
Chyba stř. hodnoty	2.1191508	0.4078831
Hodnota spolehlivosti R	0.9376569	0.9897147
Nastavená hodnota spolehlivosti R	0.9287507	0.9862863

- a) rozhodněte, která trendová funkce lépe vystihuje vývoj časové řady a uveďte, na základě čeho tak usuzujete
- b) na základě vhodné trendové funkce odhadněte tržbu v roce 2008

4) Na základě údajů o zadluženosti domácností (v mld. Kč) v letech 1994-2004 jsme provedli trendovou analýzu:

	Lineární	Kvadratická
Hranice	46.996364	147.09333
t	17.158182	-29.04042
t <sup>2</sup>		3.8498834
Chyba stř. hodnoty	1648.7861	265.26749
Hodnota spolehlivosti R	0.6857688	0.9550617
Nastavená hodnota spolehlivosti R	0.6508542	0.9438271

- rozhodněte, která trendová funkce lépe vystihuje vývoj časové řady a uveďte, na základě čeho tak usuzujete
- na základě vhodné trendové funkce odhadněte zadluženost domácností v roce 2006

5) Následující časovou řadu (počet zákazníků jisté cestovní kanceláře v tisících) očistěte od sezónních vlivů pomocí vhodných klouzavých průměrů

čtvrtletí	2005	2006	2007
1	8	10	11
2	3	4	5
3	10	12	13
4	4	5	6

6) V časové řadě počtu vyrobených automobilů (v ks) určete, zda průměrný roční koeficient růstu počtu vyrobených aut je vyšší za období let 2000 – 2004 nebo 2004-2007.

rok	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
počet automobilů	76 256	74 801	86 211	82 906	90 203	84 211	91 308	95 961

7) Obchodní společnost vykazovala k uvedeným dnům tento stav zásob (v tis. Kč). Vypočítejte průměrný stav zásob (přestupný rok).

1.1.	1290
30.4.	1124
30.9.	1234
31.12.	1164

8) Na základě čtvrtletních údajů o tržbě nákupního centra (v 100 tis. Kč) v prvním čtvrtletí 2006 až čtvrtém čtvrtletí 2008 byl pomocí regresního přístupu k sezónní složce získán následující výstup:

	Koeficienty	Chyba stř. hodnoty	t Stat	Hodnota P
Hranice	38.91667	2.39564	16.24	< .0001
t	2.09375	0.23196	9.03	< .0001
x1t	-24.05208	2.25289	-10.68	< .0001
x2t	-17.47917	2.19237	-7.97	< .0001
x3t	-9.57292	2.15524	-4.44	0.0030

- kvantifikujte sezónní faktor pro třetí čtvrtletí. V jakých měrných jednotkách bude uveden?
- proved'te předpověď pro třetí čtvrtletí 2009

9) Na základě čtvrtletních údajů o tržbě nákupního centra (v 100 tis. Kč) v prvním čtvrtletí 2006 až čtvrtém čtvrtletí 2008 byl pomocí regresního přístupu k sezónní složce získán následující výstup:

$$y_t = 38,91667 + 2,09375 \cdot t - 24,05208 \cdot x_{1t} - 17,47917 \cdot x_{2t} - 9,57292 \cdot x_{3t}$$

- kvantifikujte sezónní faktor pro třetí čtvrtletí. V jakých měrných jednotkách bude uveden?
- proved'te předpověď pro třetí čtvrtletí 2009

10) Z uvedených čtvrtletních údajů v tabulce vytvořte rovnici dle regresního přístupu k sezónní složce:

	1.Q	2.Q	3.Q	4.Q
2016	32	217	306	251
2017	277	393	513	407
2018	411	600	721	624

11) Doplňte do tabulky elementární charakteristiky časových řad a vypočítejte průměrný absolutní přírůstek a průměrný koeficient růstu za celé období:

rok	tržby (mil. Kč)	absolutní přírůstky (1. diference)	koeficienty růstu (řetězové indexy)	bazické indexy
2007	10			
2008	12			
2009	15			
2010	13			
2011	18			
2012	20			

### Výsledky:

1) a)  $T = 8,0667 + 1,8857 \cdot t$ ;  $R^2_{\text{adj}} = 84,045 \%$ ;  $MSE = 1,5175$ ;  $T_{2013} = 21,2666$ ;  $T_{2014} = 23,1523$

b)  $T = 9,4 + 0,8857 \cdot t + 0,1429 \cdot t^2$ ; c)  $\bar{k} = 1,1487$ ;  $Y_{2013} = 22,974$ ;  $Y_{2014} = 26,39$

2) a)  $k_{91-98} = 1,02$ ;  $k_{98-01} = 1,028$ ;  $k_{01-07} = 1,025$ ; b)  $y_{08} = 59,45$  tis ks;  $y_{09} = 60,936$  tis ks

3) a) kvadratická – ADJ  $R^2$ ; b) 35,07;

4) a) kvadratická - ADJ  $R^2$ ; b) 420,198

5)

X

X

6,5

6,875

7,25

7,625

7,875

8,125

8,375

8,625

X

X

6) vyšší byl v 2000-2004 (1,043 x 1,021)

7) 1193,28

8) a)  $S_3 = 3,20312$  ve 100 tis. Kč; b) 60,75

9) a)  $S_3 = 3,20312$  ve 100 tis. Kč; b) 60,75

10)  $y_t = 39,83333 + 48,4375 \cdot t - 42,0208 \cdot x_1t + 72,875 \cdot x_2t + 134,4375 \cdot x_3t$

11)

rok	Tržby (mil. Kč)	absolutní přírůstky (1. diference)	koeficienty růstu (řetězové indexy)	bazické indexy
2007	10	x	x	1
2008	12	2	1,200	1,2
2009	15	3	1,250	1,5
2010	13	-2	0,867	1,3
2011	18	5	1,385	1,8
2012	20	2	1,111	2

$$\bar{\Delta} = 2, \quad \bar{k} = 1,1487$$

## PŘÍKLADY K PROCVIČENÍ 11

(indexy)

1. Za produkci podniku, který vyrábí dva druhy výrobků, máte tyto údaje za rok 2006 a 2007:

Výrobek	Hodnota výroby v mil. Kč		Objem produkce v tis. ks	
	2006	2007	2006	2007
	$p_0q_0$	$p_1q_1$	$q_0$	$q_1$
1	180	264	3000	4800
2	216	196	7200	7800
Celkem	396	460	10200	12600

Vypočtěte Laspeyresův, Paascheho a Fischerův souhrnný index fyzického objemu výroby podniku srovnávající rok 2007 s rokem 2006.

2. Posuďte pomocí Paascheho cenového indexu, jak byly tržby prodejny ovlivněny vlivem změny úrovně cen a určete tak částku, kterou kupující vynaložili navíc v důsledku změny úrovně cen.

Zboží	Tržby prodejny v běžném období (Kč)	Cenový index
I	80 000	1,5
II	65 000	1,3
III	78 000	0,9
IV	84 000	1,2
V	50 000	1,8

3. Ve třech prodejnách byly zjištěny údaje o prodeji jablek za měsíce leden a únor. Určete absolutní i procentní změnu v tržbách za jablka mezi lednem a únorem. Porovnejte průměrnou cenu kilogramu jablek v lednu a v únoru vhodným indexem.

	cena za 1kg (Kč)	index ceny	prodané množství (kg)	index množství
prodejna	leden		leden	
I	24	1,1	500	1,2
II	22,5	1,2	650	1
III	26	1,5	400	0,95

4. Posuďte změnu množství, průměrné ceny a hodnoty akci určitého podniku prodávaných třemi makléři ve dvou srovnávaných obdobích. Údaje o prodaných kusech a ceně u jednotlivých makléřů jsou v tabulce

Makléř	Prodané kusy		Cena za kus	
	Leden	Říjen	Leden	Říjen
	$q_0$	$q_1$	$p_0$	$p_1$
1	10	41	6130	5335
2	33	66	5110	5300
3	43	37	5070	5750

5. O produkci podniku, který vyrábí dva druhy výrobků, máme tyto údaje za rok 2006 a 2007:

Výrobek	Hodnota výroby v mil. Kč		Produkce v tis. ks	
	2006	2007	2006	2007
A	135	198	750	1200
B	162	147	1800	1950

Vypočtete Laspeyresův a Paascheho souhrnný index fyzického objemu výroby podniku.

6. Doplňte v tabulce bazických a řetězových indexů chybějící údaje:

Rok	Indexy	
	řetězové	bazické
2000	A	1
2001	1,01	B
2002	1,02	C
2003	D	1,07
2004	1,02	E
2005	1,05	F
2006	G	1,11
2007	1,03	H

7. Ze dvou států máme k dispozici řadu indexů se stálým základem, charakterizující vývoj vývozu.

Rok	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Stát A Index (2003=1,00)	0,885	0,903	1,000	1,066	1,087	1,174	1,175
Stát B Index (2000=1,00)	1,015	1,043	1,072	1,110	1,181	1,201	1,205

V kterém státě byla v období 2001-2007 větší průměrná roční rychlost růstu? Svůj názor doložte výpočtem.

8. Máte k dispozici tyto údaje o třech různých druzích zboží:

Zboží	Tržba v r. 2005	Indexy porovnávající rok 2006 s rokem 2005	
		cenové	prod. množství
A	400	1,1	1,2
B	400	1,2	1,1
C	200	1,0	0,8

Z těchto údajů vypočtete Laspeyresův souhrnný cenový index.

Výsledky:

1)  $I_q^{LA} = 1,318$     $I_p^{PA} = 1,33$     $I_q^{FI} = 1,324$

2)  $I_p^{PA} = 1,2405$ , vlivem změny cen se tržby prodejny zvýšily o 24,05 %. Tedy i kupující vynaložili v důsledku změny úrovně cen navíc 24,05 %.

3) a) absolutní změna = 11 185; procentní změna = 1,30; b)  $I_{\bar{p}} = 1,238$

4)  $I_{\sum q} = 1,674$ ;  $I_{\bar{p}} = 1,042$ ;  $I_{\sum q} = 1,744$

5)  $I_q^{PA} = 1,33$ ;  $I_q^{LA} = 1,32$

6) A = nic; B = 1,01; C = 1,03; D = 1,0386; E = 1,0914; F = 1,14597; G = 0,9686; H = 1,1433

7) stát A = 1,048, stát B = 1,029

8)  $I_p^{LA} = 1,12$